Klammerrechnung

Für das Rechnen mit Klammern gilt:
Steht vor einer Klammer ein Minus, so drehen sich beim Auflösen der Klammern die Vorzeichen um.
Distributivgesetz: Wird eine ganze Zahl mit einer eingeklammerten Summe multipliziert, wird die ganze Zahl mit jedem Glied der Klammer multipliziert.
Werden 2 Summenklammern multipliziert, wird jedes Glied der linken Klammer mit jedem Glied der rechten Klammer multipliziert.

Aufgabe: Lösen Sie die Klammer(n) auf!		Lösung
1.	$-3 - (4 - 9)$	2
2.	$1 - (5x + 16)$	$-5x - 15$
3.	$c - d - (c - d)$	0
4.	$(3b + 4d) - (5b - 3d)$	$7d - 2b$
5.	$-3a - [5b - (6a + 7b)]$	$3a + 2b$
6.	$5(3 + x)$	$15 + 5x$
7.	$2a(b + 2c)$	$2ab + 4ac$
8.	$7c(8c + 3)$	$56c^2 + 21c$
9.	$(3 + a)(4 + b)$	$12 + 4a + 3b + ab$
10.	$(4 - 2b)(5 - 6b)$	$20 - 34b + 12b^2$

Aufgabe: Binomische Formeln		Lösung
11.	$(x + 3)^2$	$x^2 + 6x + 9$
12.	$(a - 2b)^2$	$a^2 - 4ab + 4b^2$
13.	$(c^3 - d^4)(c^3 + d^4)$	$c^6 - d^8$
14.	$169 - 130c + 25c^2$	$(13 - 5c)^2$
15.	$c^4 - 2{,}25$	$(c^2 + 1{,}5)(c^2 - 1{,}5)$

Aufgabe: Klammern Sie aus!		Lösung
16.	$5x + 5y$	$5(x + y)$
17.	$3a - 5ab + 6ac$	$a(3 - 5b + 6c)$
18.	$4c^2 + 5c^2d + c^4$	$c^2(4 + 5d + c^2)$
19.	$6x^5 - 5x^4 + 3x^3$	$x^3(6x^2 - 5x + 3)$
20.	$2x^5 - 5x^2 + 2$ (Hier x ausklammern !)	$x(2x^4 - 5x + 2x^{-1})$

Bruchrechnung – Regeln und Aufgaben

Erweitern
Ein Bruch wird erweitert, indem man den Zähler und den Nenner mit derselben Zahl multipliziert.

Kürzen
Ein Bruch wird gekürzt, indem man den Zähler und den Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.

Addition/Subtraktion von Brüchen
Brüchen werden addiert/subtrahiert, indem man die Nenner gleichnamig macht und die Zähler dann addiert/subtrahiert.

Multiplikation von Brüchen
Brüche werden multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

Division von Brüchen
Ein Bruch wird durch einen anderen Bruch dividiert, indem der erste Bruch mit dem Kehrwert (Zähler und Nenner vertauschen) des zweiten Bruchs multipliziert wird.

1. Rechnen Sie die Brüche in Dezimalzahlen um.

$a)\ \frac{3}{4}$ $\quad b)\ \frac{4}{5}$ $\quad c)\ \frac{7}{8}$ $\quad d)\ 2\frac{1}{4}$ $\quad e)\ \frac{7}{25}$ $\quad f)\ \frac{8}{100}$

2. Kürzen Sie soweit wie möglich.

$a)\ \frac{8}{24}$ $\quad b)\ \frac{18}{84}$ $\quad c)\ \frac{27ab}{9b}$ $\quad d)\ \frac{9ab+6bc}{3b}$ $\quad e)\ \frac{abcd}{2bc}$ $\quad f)\ \frac{8xy}{xy\cdot 2}$

3. Erweitern Sie die Brüche mit der Zahl, die in Klammern steht.

$a)\ \frac{3}{8}\,(4)$ $\quad b)\ \frac{7}{6}\,(2)$ $\quad c)\ \frac{2}{50}\,(10)$

4. Addieren/subtrahieren Sie (und kürzen Sie das Ergebnis).

$a)\ \frac{3}{4}+\frac{2}{5}$ $\quad b)\ \frac{8}{9}+\frac{1}{3}$ $\quad c)\ \frac{1}{4}+\frac{3}{5}-\frac{5}{6}$ $\quad d)\ 6-\frac{11}{15}+\frac{3}{25}$ $\quad e)\ 4+\frac{4}{9}-\frac{7}{12}$ $\quad f)\ \frac{2}{3a}+\frac{2}{5b}$

5. Multiplizieren Sie (und kürzen Sie das Ergebnis).

$a)\ \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}$ $\quad b)\ \frac{6}{11}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}$ $\quad c)\ \frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{6}$ $\quad d)\ \frac{21ab}{4c}\cdot\frac{2cd}{3b}$ $\quad e)\ \frac{18xy}{4ab}\cdot\frac{2b}{9x}$

6. Dividieren Sie (und kürzen Sie das Ergebnis).

$a)\ \frac{3}{4}\div\frac{6}{5}$ $\quad b)\ \frac{7ab}{4c}\div\frac{21b}{c}$ $\quad c)\ \frac{27xy}{4ab}\div\frac{3xz}{8bc}$ $\quad d)\ \frac{22ab}{4c}\div\frac{2ac}{4}$ $\quad e)\ \frac{18xy}{4ab}\div\frac{2x}{4b}$

Lösungen:

1.	0,75	0,8	0,875	2,25	0,28	0,08
2.	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{14}$	3a	3a+2c	$\frac{ad}{2}$	4
3.	$\frac{12}{32}$	$\frac{14}{12}$	$\frac{20}{500}$			
4.	$\frac{23}{20}$	$\frac{11}{9}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{404}{75}$	$\frac{139}{36}$	$\frac{10b+6a}{15ab}$
5.	$\frac{3}{10}$	$\frac{8}{55}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7ad}{2}$	$\frac{y}{a}$	
6.	$\frac{5}{8}$	$\frac{a}{12}$	$\frac{18cy}{az}$	$\frac{11b}{c^2}$	$\frac{9y}{a}$	

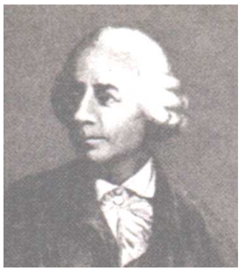
Lineare Gleichungen

Die Gleichungen sind nach x umzuformen bzw. aufzulösen. Grundlegende Regeln:

1. Auf jeder Seite der Gleichung das Gleiche rechnen
2. Gegenoperation ausführen (- statt + usw.)
3. Von außen nach innen rechnen: Erst Verknüpfungen mit + oder – lösen, dann mit • oder :

	Aufgabe	Lösung
1.	$8 + 2x = 12$	2
2.	$36 = 6 + 3x$	10
3.	$-4 + 3x = 14$	6
4.	$-5 = -9 + 4x$	1
5.	$15 = 50 - 5x$	7
6.	$60 + 3x = 4 + 5x$	28
7.	$61 - 3x = 1 + 9x$	5
8.	$41 + 3x = 14 + 6x$	3
9.	$-8 - 2x = 25 - 5x$	11
10.	$308 - 11x = 8 + x$	25
11.	$62 - (3x + 4) = 4$	18
12.	$-40 + (2x + 2) = 4$	21
13.	$45 - (-2x + 3) = 5x$	14
14.	$52 = 5x + (2x + 3)$	7
15.	$x - (-6x + 11) = 6x$	11
16.	$13 = 1 + 3(2x - 4)$	4
17.	$44 = 6 - 2(-3x + 2)$	7
18.	$1 - 2(3x - 8) = 5$	2
19.	$2x = 4 - 5(4x - 30)$	7
20.	$5(2x - 36) = -2x$	15
21.	$x : 8 = 5 : 4$	10
22.	$45 : x = 20 : 4$	9
23.	$x : 12 = 120 : 30$	48
24.	$25x : x = 50 : x$	2
25.	$72 : x = 576 : 40$	5

Erarbeiten Sie sich folgende Grundlagen:



Den Grundbegriff der Funktion legte Leonard Euler bereits im Jahre 1749 fest. Er wurde im Laufe der Jahre weiterentwickelt.

Heute versteht man darunter eine eindeutige Zuordnung, d.h. jeder Ausgangswert erzielt immer nur einen Endwert (Ergebnis).

- Gut vorstellen kann man sich dies, indem man in die Formel für die Berechnung des Volumens eines Würfels ($V=a^3$) den Ausgangswert a einsetzt und man nur ein einziges Ergebnis für V erhält.
  → Wenn a=2cm beträgt, dann ist das Ergebnis $V=8cm^3$.

Möchte man ganz genau angeben, welcher Wert der Ausgangswert ist, so benutzt man die Schreibweise f( ).

- Bei der Volumenformel heißt es dann: $\mathbf{V=f(a)=a^3}$
  <u>lies:</u> das Volumen V ist eine Funktion von a und errechnet sich mittels a^3
  <u>oder:</u> das Volumen V ist abhängig von a und errechnet sich mittels a^3

- Bei der Flächenformel für ein Quadrat heißt es dann: $\mathbf{A=f(a)=a^2}$
  <u>lies:</u> die Fläche A ist eine Funktion von a und errechnet sich mittels a^2
  <u>oder:</u> die Fläche A ist abhängig von a und errechnet sich mittels a^2

- Bei der Flächenformel für den Kreis heißt es dann: $\mathbf{A=f(r)=\pi r^2}$
  <u>lies:</u> die Fläche A ist eine Funktion von r und errechnet sich mittels πr^2
  <u>oder:</u> die Fläche A ist abhängig von r und errechnet sich mittels πr^2

Der Ausgangswert hat auf den Endwert eine ganz andere Auswirkung, wenn er z.B. quadratisch (a^2) oder aber kubisch (a^3) erscheint. Soll mehr der Zusammenhang zwischen Ausgangs- und Endwert herausgearbeitet werden, so werden die Buchstaben x und y dafür verwendet.

- Es heißt dann: $\boxed{\mathbf{y=f(x)}}$
  <u>lies:</u> y ist eine Funktion von x
  <u>oder:</u> y ist abhängig von x

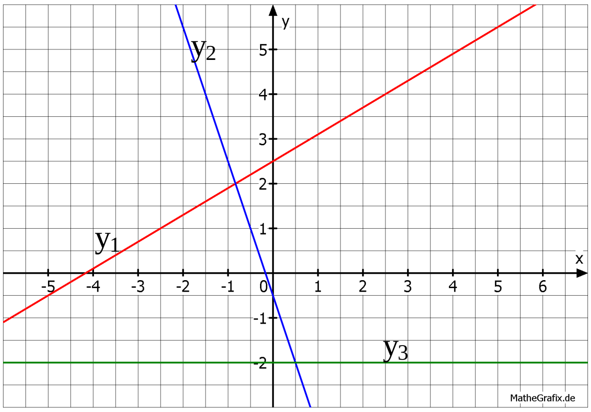
So lassen sich Gesetzmäßigkeiten besser herausarbeiten!

Der Ausgangswert x wird auch als unabhängige Variable bezeichnet und der Endwert y als die abhängige Variable.

Die Menge aller x bezeichnet man als Definitionsbereich.
Die Menge aller y bezeichnet man als Wertebereich. (Warum wohl?)

Lineare Funktionen

1. Wie lauten die unten abgebildeten Funktionen Y_1 bis Y_3?



2. Stellen Sie für folgende Funktionen eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie die Graphen der Funktionen!

   a) $y = -\frac{4}{3}x - 3$ b) $y = -\frac{7}{5}x - 5$

   c) $y = \frac{3}{4}x + 2$ d) $y = -0{,}6x + 2{,}5$

3. Zeichnen Sie die Graphen folgender Funktionen ohne Wertetabelle!

   a) $y = -x + 5$ b) $y = -1{,}5x + 3$ c) $y = 3x + 3$

   d) $y = -\frac{1}{2}x + 4$ e) $y = 0{,}25x - 1$

4. Gegeben sind zwei Punkte einer linearen Funktion. Wie lautet die Funktionsgleichung? Berechnen Sie zuerst m, anschließend b.
   $y = mx + b$
   a) $P_1(6|7)$ $P_2(-3|1)$ c) $P_1(3|7{,}5)$ $P_2(0|3{,}5)$
   b) $P_1(5|2)$ $P_2(-3|-6)$ d) $P_1(-8|5)$ $P_2(4|2)$

5. Liegt der Punkt auf der Geraden?

   a) $y = 2x - 3$ P(3|3) b) $y = -4x - 5$ P(9|-31) c) $y = \frac{1}{2}x + 9$ P(-8|-5)

6. Geben Sie die Funktionsgleichung an, deren Graph die Steigung m hat und durch den Punkt P geht.
   a) m = 1; P(3|-1) b) m = -3; P(-4|5)

7. Wie verändert sich der Graph einer Funktion, wenn man nur die Steigung m verändert?

8. Wie verändert sich der Graph einer Funktion, wenn man nur b (Schnittpunkt mit der y-Achse) verändert?

9. Gegeben sind folgende lineare Funktionsgleichungen. Formen

   Sie diese Gleichungen in die Normalform $y = mx + b$ um.

   Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen!

   a) $2y = 5x - 12$ b) $3y + 9x = 15$ c) $16 - 4x + 8y = 0$ d) $3(2x - 5) = 9(5 - y)$

10. Ein Öltank mit 6000 Liter Fassungsvermögen wird gleichmäßig mit Heizöl gefüllt.

    Nach 6 Minuten sind 2100 Liter im Tank, 15 Minuten später 4350 Liter.

    a) Zeichen Sie den Graphen der Funktion.

    b) Geben Sie die Funktionsgleichung an, die der Fülldauer t den Füllstand f(t) zuordnet.

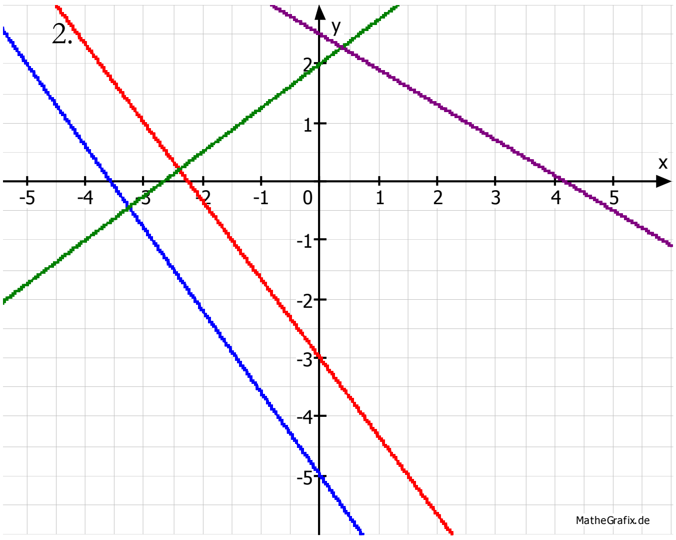
    c) War der Tank zu Beginn der Füllung leer?

    d) Nach wie vielen Minuten ist der Tank voll?

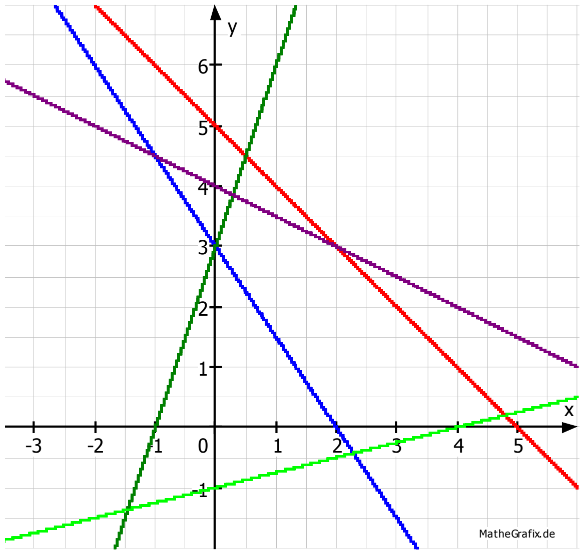
Lösungen zu lineare Funktionen

1. $y_1 = \frac{3}{5}x + 2{,}5$ $\qquad y_2 = -3x - 0{,}5$ $\qquad y_3 = -2$

2.



3.



4. a) $y = \frac{2}{3}x + 3$ $\qquad$ b) $y = x - 3$ $\qquad$ c) $y = \frac{4}{3}x + 3{,}5$ $\qquad$ d) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

5. a) ja; 3=3; b) nein; $-31 \neq -41$; c) nein; $-5 \neq 5$

6. a) $y = x - 4$; b) $y = -3x - 7$

7. Der Schnittpunkt mit der y-Achse bleibt, die Gerade wird in dem Punkt b gedreht.

8. Die Steigung (m) bleibt. Die Gerade wird in y-Richtung um die Strecke b parallel verschoben.

9. a) $y = 2{,}5x - 6$ $\qquad$ b) $y = -3x + 5$ $\qquad$ c) $y = 0{,}5x - 2$ $\qquad$ d) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{20}{3}$

10. b) $y = 150x + 1200$; $\qquad$ c) Nein, es waren 1200l im Tank; $\qquad$ d) $x = 32$ Min.

Lineare Gleichungssysteme

1. Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Gleichungssysteme zeichnerisch und mit dem Gleichsetzungsverfahren!

a) $\left| \begin{array}{l} y = -3x + 10 \\ y = -2x + 7 \end{array} \right|$ b) $\left| \begin{array}{l} y = -x + 1 \\ y = 2x - 5 \end{array} \right|$ c) $\left| \begin{array}{l} y = -3x - 2{,}5 \\ y = x + 3{,}5 \end{array} \right|$ d) $\left| \begin{array}{l} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{array} \right|$

2. Lösen Sie nach dem Einsetzungsverfahren:

a) $\left| \begin{array}{l} y = -7x + 19 \\ 3x - 4y = -14 \end{array} \right|$ b) $\left| \begin{array}{l} 5x - 18y = 10 \\ x = -2y + 16 \end{array} \right|$ c) $\left| \begin{array}{l} 1{,}6x + 3y = 2{,}6 \\ 1{,}4x + y = -2{,}6 \end{array} \right|$ d) $\left| \begin{array}{l} 1{,}4x + 1{,}5y = 2{,}1 \\ 1{,}6x - y = 2{,}4 \end{array} \right|$

3. Lösen Sie mit dem Additionsverfahren:

a) $\left| \begin{array}{l} 4x + 6y = -24 \\ 9x - 6y = -15 \end{array} \right|$ b) $\left| \begin{array}{l} 3x - 2y = 4 \\ 1{,}5x - y = -1 \end{array} \right|$ c) $\left| \begin{array}{l} 4x + 3y = 2 \\ x - 4y = 10 \end{array} \right|$ d) $\left| \begin{array}{l} 2x + 3y = -12 \\ 3x - 2y = -5 \end{array} \right|$

4. Die Summe zweier Zahlen beträgt 412, ihre Differenz 166. Wie heißen die Zahlen?

5. Multipliziert man die eine von zwei Zahlen mit 5, die andere mit 8, so ergibt die Summe 248. Multipliziert man die erste mit 8 und die zweite mit 5, so erhält man 272 als Summe. Wie heißen die Zahlen?

6. Eine Jugendherberge hat 12 Zimmer, Dreibett- und Fünfbettzimmer. Darin stehen insgesamt 50 Betten. Wie viele Drei- und Fünfbettzimmer hat die Jugendherberge?

7. Herr Friedrich kaufte gestern 6 Weizenbrötchen und 2 Roggenbrötchen und zahlte dafür 2,60 €. Heute zahlt er für 4 Weizenbrötchen und 4 Roggenbrötchen 2,80 €. Wie teuer sind die Sorten?

Lösungen zu lineare Gleichungssysteme

1a)	IL={(3|1)}	3a)	IL={(-3|-2)}	4)	IL={(289|123)}
b)	IL={(2|-1)}	b)	IL={ }	5)	IL={(24|16)}
c)	IL={(-1,5|2)}	c)	IL={(2|-2)}	6)	IL={(5|7)}
d)	IL={(3|1)}	d)	IL={(-3|-2)}	7)	IL={(0,3|0,4)}

2a)	IL={(2|5)}
b)	IL={(11|2,5)}
c)	IL={(-4|3)}
d)	IL={(1,5|0)}